Problèmes algébriques

Version imprimable — SC@LPA

Comprendre ce qu'est un problème algébrique

Un **problème algébrique** est un problème dans lequel on cherche une quantité inconnue. Pour le résoudre, on peut traduire la situation par une **égalité**.

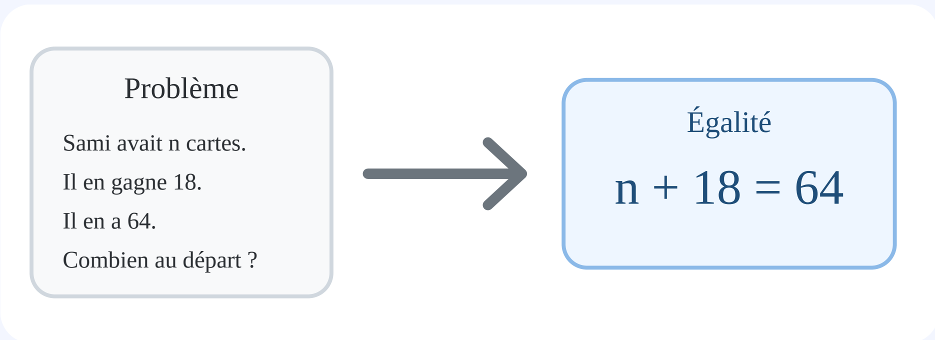
Situation :

Sami avait des cartes. Il en gagne 18 et il en a maintenant 64. Combien de cartes avait-il au départ ?

Le nombre de cartes du départ est inconnu. On peut le noter **n**.

$n + 18 = 64$

L'égalité ne remplace pas le raisonnement : elle aide à organiser les informations du problème et à trouver la valeur cherchée.



Identifier ce que l'on cherche

Avant d'écrire une égalité, il faut repérer la question du problème. C'est elle qui indique **l'inconnue**.

Exemple :

Dans 6 boîtes identiques, il y a 72 feutres en tout. Combien y a-t-il de feutres dans une boîte ?

Ce que l'on cherche : le nombre de feutres dans **une boîte**.

On peut le noter n.

La lettre choisie n'a pas d'importance. Dans cette leçon, on utilise souvent **n** pour représenter le nombre inconnu.

Traduire une situation par une égalité

Pour écrire l'égalité, on traduit les mots du problème avec les opérations connues.

Situation	Égalité possible
On ajoute 15 à un nombre et on obtient 42.	$n + 15 = 42$
On enlève 9 à un nombre et il reste 28.	$n - 9 = 28$
5 paquets identiques contiennent 60 objets.	$5 \times n = 60$
Un nombre partagé en 4 parts égales donne 13.	$n \div 4 = 13$

Une même situation peut parfois se traduire de plusieurs façons correctes. Il faut choisir une égalité qui respecte le sens de l'histoire racontée.

Résoudre l'égalité

Résoudre le problème, c'est trouver la valeur de l'inconnue. Pour cela, on utilise les liens entre les opérations.

Exemple 1 :

Lina avait des billes. Elle en perd 17 et il lui en reste 45. Combien de billes avait-elle au départ ?

$n - 17 = 45$

On cherche le nombre qui donne 45 quand on lui enlève 17.
Comme $45 + 17 = 62$, alors $\mathbf{n = 62}$.

Exemple 2 :

8 carnets identiques coûtent 56 €. Combien coûte un carnet ?

8 × n = 56

On cherche le nombre qui, multiplié par 8, donne 56.
Comme 56 ÷ 8 = 7, alors **n = 7**.

Vérifier la réponse dans le problème

La vérification est indispensable. On remplace l'inconnue par la valeur trouvée, puis on relit la phrase du problème.

Exemple :

Dans 9 sachets identiques, il y a 108 graines en tout. Combien y a-t-il de graines par sachet ?

9 × n = 108

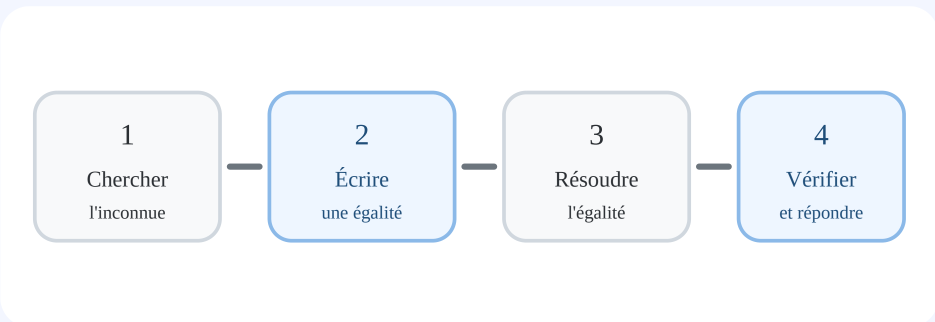
108 ÷ 9 = 12, donc **n = 12**.

Vérification : 9 sachets de 12 graines contiennent bien **9 × 12 = 108** graines.

La réponse finale doit être écrite avec une phrase et, si besoin, avec l'unité.

Résoudre un problème à deux étapes

Certains problèmes demandent deux opérations. Il faut respecter l'ordre des actions racontées dans l'énoncé.



Situation :

On pense à un nombre. On lui ajoute 5, puis on multiplie le résultat par 3. On obtient 42. Quel était le nombre de départ ?

$(n + 5) \times 3 = 42$

Pour obtenir 42 après multiplication par 3, il fallait avoir 14.
Donc **n + 5 = 14**.
Comme 9 + 5 = 14, le nombre de départ est **9**.

Les parenthèses sont utiles pour montrer que l'on effectue d'abord l'action « ajouter 5 », puis la multiplication.

Éviter les pièges fréquents

Dans un problème algébrique, les nombres de l'énoncé ne doivent pas être utilisés au hasard. Il faut d'abord comprendre leur rôle.

Piège 1 : confondre le total et une part

Dans 4 boîtes identiques, il y a 48 crayons en tout. Le total est 48, une part est inconnue.

$4 \times n = 48$

Piège 2 : oublier l'ordre des actions

« Ajouter 6 puis multiplier par 2 » ne s'écrit pas comme « multiplier par 2 puis ajouter 6 ».

$(n + 6) \times 2 \neq n \times 2 + 6$

Ce qu'il faut retenir

- On commence par repérer **ce que l'on cherche**.
- On représente l'inconnue par une lettre, souvent **n**.
- On traduit la situation par une **égalité**.
- On trouve la valeur de l'inconnue grâce aux opérations connues.
- On vérifie la réponse dans l'égalité et dans le problème.