

Présentation

Les programmes 2008 placent désormais au CM1 la progression concernant la connaissance des fractions aux décimaux. Ce changement n'est pas sans susciter des interrogations (comment y parvenir ?) et des inquiétudes (qu'en est-il du sens ?).

L'importance des échanges entre enseignants du CE2 au CM2 se trouve nécessairement accrue. Une bonne maîtrise de ces connaissances demande une continuité dans les méthodes et les pratiques.

Le premier objectif de l'animation est ainsi montrer l'importance des échanges entre enseignants et du travail en équipe pour réussir la mise en place de ces programmes plaçant cette progression sur une seule année au lieu de deux auparavant. Le second objectif est de proposer un exemple possible de progression pour aider à cette mise en place.

Place dans les programmes 2008

Extraits

CYCLE DES APPRENTISSAGES FONDAMENTAUX - PROGRAMME DU cycle 3

MATHÉMATIQUES

1 - Nombres et calcul (p. 23)

Les nombres décimaux et les fractions :

- fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;
- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

PREMIER PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN : COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CM2

Compétence 3 : (p. 27)

Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

L'élève est capable de :

- écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions simples ;

CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS - PROGRESSIONS POUR LE CM1 ET LE CM2

Nombres et calcul (p. 38)

Cours moyen première année

Fractions

- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.
- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.

Nombres décimaux

- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/100ème).
- Savoir : les repérer, les placer sur une droite graduée, les comparer, les ranger, les encadrer par deux nombres entiers consécutifs, passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.

Cours moyen deuxième année

Fractions

- Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.

Nombres décimaux

- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au 1/10 000ème).
- Savoir : les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence, les comparer, les ranger, produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...
- Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.

Préambule

La lecture des programmes n'est pas aisée car il semblerait que l'étude des nombres décimaux soit dissociée de celle des fractions décimales et du rapport à l'unité. Or, connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position consiste bien à connaître ses chiffres dans leur rapport à l'unité, c'est-à-dire qu'ils sont des fractions de l'unité. Ainsi, mener une progression des fractions décimales vers les décimaux, reste bien de mise même si ce n'est pas explicitement indiqué dans les

programmes. Par ailleurs cela correspond au processus historique : l'usage des fractions décimales étant antérieur à l'apparition de l'écriture décimale. Le démarrage de l'ensemble de l'étude à partir des fractions simples est lui parfaitement explicite dans les programmes. La progression proposée ici suivra donc cette logique : de la connaissance des fractions simples aux fractions décimales pour aller vers les nombres décimaux.

Il s'agit bien d'une proposition, d'un exemple possible de progression. Elle prend appui dans sa conception sur les travaux de l'équipe ERMEL de l'INRP et dans sa mise en pratique sur une place centrale donnée à la manipulation de matériel.

La présentation choisie prend la forme de fiches de séance. Le nombre des séances par phase ainsi que les temps mentionnés sont bien évidemment indicatifs et nécessairement adaptables en fonction du public d'élèves.

Objectifs disciplinaires généraux de la progression.

- Donner du sens à des fractions simples et connaître les relations entre ces fractions.
- Comprendre et utiliser le principe d'une graduation régulière en dixièmes et centièmes et situer des fractions sur une telle graduation.
- Établir le lien entre fractions décimales et écritures à virgule.
- Connaître la signification des chiffres d'une écriture à virgule.

Déroulement général de la progression

Au CM1 (présenté ici)

SEQUENCE I : *fractions et longueurs*

4 phases totalisant 6 séances + activités d'accompagnement.

SEQUENCE II : *fractions décimales et graduations*

2 phases totalisant 4 séances+ activités d'accompagnement .

SEQUENCE III : *fractions décimales et écritures à virgule*

2 phases , l'une de mise en place l'autre d'entraînement + activités d'accompagnement.

Poursuite au CM2 (non présenté ici)

SEQUENCE V : RÉACTIVATION.

SEQUENCE VI : *comparer, ranger, encadrer des nombres décimaux*

SEQUENCE VII : *généralisation et abstraction (jusqu'au 1/10 000)*

Prolongements et parallèles à la progression.

Champ opératoire.

- Multiplications et divisions d'un décimal par 10,100,1000.
- Règle de multiplication d'un décimal par un entier.
- Règle de division d'un décimal par un entier et quotient décimal par division de 2 entiers.

Mesures.

Désignations usuelles des unités de mesure de grandeur et les relations entre l'unité principale et les unités les plus courantes.

SEQUENCE I : fractions et longueurs

Les élèves devront construire des longueurs égales à une fraction d'une longueur donnée, reconstituer une longueur initiale à partir d'une ou de plusieurs fractions de cette longueur.

Objectifs disciplinaires spécifiques à la séquence.

- Installer la signification des fractions simples (essentiellement $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$) dans un contexte de longueur.
- Connaître et utiliser les relations entre ces fractions, les traduire par des écritures additives et multiplicatives.

La fraction n/p ne représente pas un quotient mais n fois $1/p$ ($1/p$ est une partie d'une unité fractionnée en p parties égales).

Il ne s'agit pas d'apprendre à calculer sur les fractions. Les égalités comme $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ou $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ traduisent des actions et des représentations mentales.

Développement de la séquence :

Phase 1 : *Utilisation de fractions de l'unité pour exprimer la longueur d'un segment.*

1 séance de 40 minutes.

Phase 2 : *Construire une longueur égale à trois quarts d'une longueur donnée.*

1 séance de 30 minutes.

Phase 3 : *Reconstituer une longueur à partir de trois quarts de cette longueur.*

2 séances de 30 minutes.

Phase 4 : *Reconstituer une longueur à partir de plusieurs fractions de cette longueur.*

2 séances de 40 et 35 minutes.

Activités d'accompagnement : Ces activités prolongent la phase 3, elles ont pour but de consolider les compétences acquises.

Petits rituels de 5'.

PHASE 1 *Utilisation de fractions de l'unité pour exprimer la longueur d'un segment.*

1 séance de 40'

Matériel

1 bande de 10 cm sur 1cm par binôme
 1 feuille par binôme pour émission d'un message
 1 feuille avec des segments représentés (4 segments de valeur : $1+3/4$; $2+1/4$; $1+1/2$; $1+1/4$)
 Usage interdit de la règle graduée

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Consigne <i>Choisissez un segment puis écrivez un message allant permettre à ceux qui le recevront de retrouver votre segment parmi les autres.</i> <i>Vous ne pouvez pas utiliser la règle graduée mais uniquement la bande de papier mis à votre disposition.</i> Travail à deux Les élèves disposent chacun d'une bande de 10 cm sur 1cm et de la feuille des segments. 1. Concertation en binôme pour écriture du message 2. Inversion et recherche du segment correspondant au message Mise en commun 15' Les messages sont comparés, lesquels permettent une réussite ? Les différentes procédures sont explicitées. L'origine des différences de longueur est recherchée.	M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. E : La bande pourra être pliée en quatre en la pliant en deux puis encore en deux. Des élèves pourront spontanément s'exprimer par pli de bande (en 2, en 4), d'autres s'exprimeront sans référence à des plis précis mais indiqueront « et un bout de... » Les plis pourront également se faire par tâtonnement entraînant des longueurs imprécises voir inégales d'où l'importance de la mise en commun. M : La mise en commun doit permettre : - de valoriser le pli de la bande en deux puis en 4 - de valoriser les explications par pli de bande en opposition avec « et un bout de ... » - de préciser le sens des expressions <i>un demi, un quart,...</i> - d'introduire et d'utiliser les écritures 1/2,1/4 en écrivant ces fractions sur les morceaux correspondants,
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Conserver dans un <i>affichage classe</i> les bandes sur lesquelles ont été notées les écritures des fractions.	

SEQUENCE I : fractions et longueurs

PHASE 2 Construire une longueur égale à trois quarts d'une longueur donnée.

1 séance de 30'

Matériel

Bandes de 3 cm de largeur découpées dans des feuilles A4 et A3.
Règles graduées non disponibles.

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Consigne <i>Découpez dans cette bande un morceau de longueur égale à trois quarts de la longueur de la bande.</i>	M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. E : La bande pourra être pliée en quatre en la pliant en deux puis encore en deux. Le dernier quart coupé, la bande présentera deux plis, chacun des $\frac{3}{4}$ est alors visible. La bande pourra être pliée en deux puis l'une des moitiés en deux. Le morceau ne présentera qu'un seul pli séparant le demi et le quart. Les plis pourront également se faire par tâtonnement entraînant des longueurs imprécises voir inégales d'où l'importance de la mise en commun. M : La mise en commun doit permettre : - de préciser le sens des expressions <i>un quart</i> et <i>trois quarts</i>, - d'introduire et d'utiliser les écritures $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$ en écrivant ces fractions sur les morceaux correspondants, - de préciser que dans la fraction $\frac{3}{4}$ le 3 est le numérateur et le 4 est le dénominateur ; que le 4 indique qu'il faut partager en quatre et le 3 indique qu'il faut prendre trois <i>parts</i>.
10'	Travail à deux Les élèves disposent chacun d'une bande de 21 cm sur 3cm.	
15'	Mise en commun Les longueurs obtenues sont comparées. Les différentes procédures sont explicitées. L'origine des différences de longueur est recherchée.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Conserver dans un <i>affichage classe</i> les bandes sur lesquelles ont été notées les écritures des fractions.	

PHASE 3 Reconstituer une longueur à partir de trois quarts de cette longueur.

2 séances de 30'

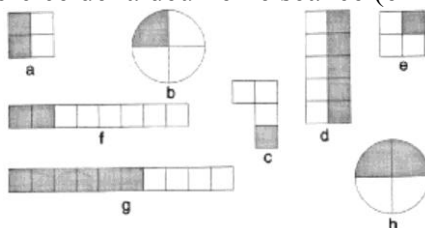
Matériel

Pour le maître.

Une bande de 3 cm de largeur et de 36 cm de longueur.

Pour chaque équipe.

- Une bande égale à trois quarts de la longueur de la bande du maître. Cette bande comporte deux plis permettant de visualiser chaque quart.
- Une bande de même largeur que la précédente et de longueur 42 cm.
- Une photocopie par élève de l'exercice de la deuxième séance (en réduction ci-dessous).



Première séance

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Consigne <i>Comme vous j'ai obtenu par pliage et découpage des morceaux de la longueur égale à trois quarts de longueur de cette bande (la bande du maître est montrée un court instant). J'ai donné à chaque équipe l'un de ces morceaux. En utilisant ce morceau vous devez découper dans la grande bande une bande identique à la bande de départ.</i>	M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. E : Des élèves pourront reporter sur la grande bande trois quarts puis un quart. D'autres pourront reporter quatre fois un quart ou deux fois un demi.
5 à 10'	Travail à deux Chaque élève a reçu les deux bandes décrites ci-dessus et réalise la consigne.	M : L'explicitation des procédures et des arguments doit permettre : - de dégager les relations : dans une unité il y a deux demis, dans une unité il y a quatre quarts, dans une un demi il y a deux quarts ; - d'écrire et de lire les égalités traduisant les procédures et les relations utilisées :
15'	Mise en commun Les bandes sont affichées. Si elles ont toutes la même longueur, les enfants doivent prouver que c'est la bonne longueur. Dans le cas contraire, ils doivent rechercher l'origine des différences et donner des arguments permettant de rejeter ou de retenir certaines bandes.	$1 = 4/4$ $1 = 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4$ $1 = 3/4 + 1/4$ $1 = 1/2 + 1/2$ $3/4 = 1/4 + 1/4 + 1/4$ $1/2 = 1/4 + 1/4$ $2/4 = 1/4 + 1/4$

	On termine en vérifiant que les bandes que l'on a retenues ont même longueur que la bande de départ. Il peut y avoir de légères différences dues à un manque de précision dans les reports et les pliages.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Conserver dans un <i>affichage classe</i> l'écriture des différentes égalités établies lors de la mise en commun.	

Deuxième séance		
Déroulement		Rôle du maître et intentions pédagogiques (M). Productions pouvant être attendues (P).
temps	Organisation et consignes	
5'	Consigne <i>Il a été grisé une fraction de chaque figure. Pour chaque partie grisée donne cette fraction et d'autres écritures comportant au moins une fraction.</i>	M : L'exercice suivant est proposé afin de faire utiliser les fractions précédentes et d'autres fractions dans un contexte légèrement différent (aire plutôt que longueur) et de mettre en évidence certaines équivalences. M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. P : Différentes égalités pourront être trouvées selon les élèves. a et h : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ b, c et e : $\frac{1}{4}$ uniquement d : $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$ f : $\frac{2}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8} + \frac{1}{8}$ g : $\frac{6}{10}$; $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$ De telles erreurs pourront être constatées : h : $\frac{2}{2} - c : \frac{2}{4} - d : \frac{5}{5} - f : \frac{1}{8} ; \frac{2}{6} ; \frac{2}{4} ; \frac{8}{2}$ etc. M : La mise en commun doit être l'occasion de rejeter ces erreurs en revenant à la signification du numérateur et du dénominateur et de noter certaines égalités : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ etc.
10'	Travail individuel La fiche est collée sur le cahier. Les réponses sont notées au dessous de la fiche en indiquant la lettre de la figure correspondante.	
15'	Mise en commun Dans un premier temps, les élèves doivent argumenter leurs réponses. Dans un second temps, ils doivent rechercher les raisons des différences entre chacun pour rejeter des propositions ou pour constater des relations et des égalités.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Ajouter au précédent <i>affichage classe</i> les nouvelles égalités établies lors de la mise en commun.	

PHASE 4 Reconstituer une longueur à partir de plusieurs fractions de cette longueur.

2 séances : 40' puis 35'

Matériel

Pour le maître.

Cinq bandes de 3 cm de largeur et de 42 cm de longueur.
Des bandes identiques de réserve pour la mise en commun.

Première séance

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
10'	Les 5 bandes sont affichées au tableau. Consigne <i>Comment faut-il s'y prendre pour fabriquer une bande de longueur égale à n/p de cette longueur ?</i> Travail collectif Réflexion et formulation collective. Un élève réalise au tableau. 1. Fabriquer une bande de longueur égale à la moitié de la longueur présentée. 2. Bande de longueur égale à un quart. 3. Bande de longueur égale à deux huitièmes. 4. Bande de longueur égale à trois huitièmes. Les élèves venant au tableau plient la bande qui leur est remise selon la démarche formulée collectivement. Ils affichent au tableau le morceau désiré, l'autre est jeté. Sur les bandes 2/8 et 3/8, les plis sont repassés au feutre afin de les rendre visibles. Des élèves viennent écrire 1/2 ; 1/4 ; 2/8 et 3/8 sous les bandes correspondantes.	M : Présenter / Faire vérifier que toutes les bandes ont la même longueur / Faire reformuler. Après un temps de réflexion, le maître fait formuler la démarche et un élève vient faire la manipulation. A la fin de ce travail, le maître fait reconnaître puis écrire 1/8 et 2/8 sur la bande 3/8. La cinquième bande est maintenant retirée, elle servira de témoin à l'étape suivante et le tableau se présente ainsi :
15'	Consignes - On souhaite fabriquer une bande de même longueur que la bande de départ en utilisant ces quatre morceaux. - On peut ne pas utiliser tous les morceaux, on peut utiliser plusieurs fois le même morceau. - Trouvez au moins quatre façons différentes	Faire reformuler les consignes et les contraintes. En demandant au moins quatre façons de procéder, les élèves sont obligés d'utiliser au moins un des morceaux 2/8 et 3/8. Laisser les élèves présenter leurs solutions comme ils le souhaitent : avec des mots, des schémas, des

15'	de procéder. Travail à deux Le tableau se présente avec les 4 bandes produites précédemment. Mise en commun Les différentes propositions sont présentées en effectuant les reports correspondants sur des bandes de même longueur que la bande témoin. En matérialisant ces reports avec un feutre, on obtient une représentation des solutions trouvées.	égalités. Relancer les équipes qui ont des difficultés en les invitant à représenter les différents morceaux. E : A ce stade de la séquence, beaucoup d'équipes devraient trouver au moins quatre façons de procéder et les présenter sous forme d'égalités. Certaines équipes pourraient même en trouver bien plus, notamment en transformant des égalités déjà trouvées. Faire écrire les égalités correspondantes au fur et à mesure.
-----	--	---

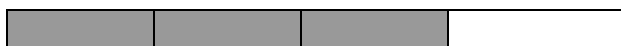
Mémoire
(trace écrite cahier / affichage classe)

0'	Les différentes solutions valides proposées par les élèves deviennent la trace collective, un <i>affichage classe</i>. Pour chaque bande l'égalité correspondante doit être écrite. Exemple ci-dessous : 1/2 1/4 2/8 $1 = 1/2 + 1/4 + 2/8$ 1/2 1/2 $1 = 1/2 + 1/2$ $1 = 2/2$ 1/4 1/4 1/4 1/4 $1 = 1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4$ $1 = 4/4$ 1/2 1/4 1/4 $1 = 1/2 + 1/4 + 1/4$ $1 = 1/2 + 2/4$ 3/8 3/8 3/8 2/8 $1 = 3/8 + 3/8 + 2/8$ $1 = 8/8$ etc.
----	--

Deuxième séance		
Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
	Travail individuel Au tableau sont affichées 4 des 5 bandes de la séance précédente, elles sont désignées par 4 lettres. A : bande 1 B : bande 1/2 C ; bande 1/4 D : bande 3/8	
10'	Consigne 1 <i>Si on choisit comme unité la longueur de la bande A, la mesure de la longueur de la bande C est $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{8}$. Écrivez la mesure de la longueur des bandes A, B, D à l'aide d'un nombre entier ou d'une fraction. Si cela est possible, trouvez plusieurs fractions.</i>	M : Présenter / Faire reformuler. Recenser les réponses, les faire discuter. E : Réponses attendues : A : 1 ; $\frac{2}{2}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{8}{8}$ B : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{4}{8}$ D : $\frac{3}{8}$
15'	Consigne 2 <i>En gardant la même unité, trouvez différentes façons de fabriquer des bandes de mesure $\frac{9}{8}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{3}{2}$.</i>	M : Présenter / Faire reformuler. Relever différentes propositions et les faire discuter. Les reports correspondants sont effectués au tableau. E : On devrait aboutir aux relations suivantes. : - $\frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$; $\frac{9}{8} = 9 \times \frac{1}{8}$ - $\frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4}$; $\frac{6}{4} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{6}{4} = 6 \times \frac{1}{4}$; $\frac{6}{4} = 3 \times \frac{1}{2}$ - $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$; $\frac{3}{2} = 6 \times \frac{1}{4}$
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
10'	A ce stade de la séquence chaque élève aura une trace écrite dans le cahier de leçons. Elle est remise par le maître puis lue, commentée et discutée collectivement. Des passages peuvent être reformulés, les élèves peuvent (doivent) montrer des équivalents sur les différents affichages classe. Trace écrite sur page suivante.	

Mémoire

(trace écrite cahier / affichage classe)



Sur chacune de ces figures on a grisé $\frac{3}{4}$ de la figure et on a laissé en blanc $\frac{1}{4}$ de la figure.

$\frac{3}{4}$ se lit *trois quarts*, $\frac{3}{4}$ c'est trois fois un quart.

Dans la fraction $\frac{3}{4}$, 3 est le numérateur, 4 est le dénominateur.

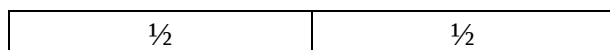
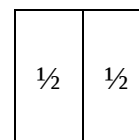
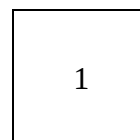
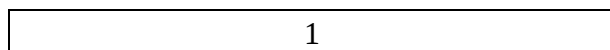
Dans une unité il y a quatre quarts.

$$1 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} ; 1 = 4 \times \frac{1}{4} ; 1 = \frac{4}{4}$$

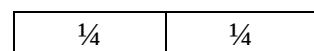
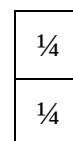
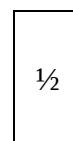
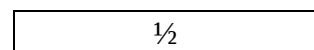
Dans une unité il y a deux demis.

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} ; 1 = 2 \times \frac{1}{2} ; 1 = \frac{2}{2}$$



Dans un demi il y a deux quarts.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} ; \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{4} ; \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$



ACTIVITÉS D'ACCOMPAGNEMENT

Ces activités prolongent la phase 3, elles ont pour but de consolider les compétences acquises.

Organisation

Ces activités n'excèdent jamais 5'. A l'équivalent du calcul mental, elles sont proposées sous forme de petits rituels démarrant une séance de mathématiques.

Selon la nature des activités, elles se font par jeux de rapidité, collectivement avec le cahier de brouillon, collectivement avec les ardoises, argumentation orale collective ou individuelle, manipulation, etc.

Activités

-1- Combien de ... dans ... ?	-2- Écrire en lettres
Combien de demis dans une unité ? Combien de quarts dans une unité ? Combien de huitièmes dans une unité ? Combien de huitièmes dans un demi ? Combien de quarts dans un demi ? Combien de quarts dans cinq demis ? Combien de huitièmes dans un quart ? Combien de huitièmes dans trois demis ? Combien de huitièmes dans trois unités ? etc. Les questions sont posées oralement. Les raisonnements sont explicités et les réponses sont validées avec le matériel de la phase 3.	3/2 3/8 2/4 5/10 etc. Chaque élève sur brouillon. (2 à 3 minutes). Correction tableau du maître sur propositions des élèves. (1 à 2 minutes)
	-3- Écrire avec une fraction
	Cinq huitièmes Un quart Deux demis Un dixième etc. Chaque élève sur brouillon. (2 à 3 minutes). Correction tableau du maître sur propositions des élèves. (1 à 2 minutes)
-4- Estimation	-5- Calcul mental
Une bande est affichée au tableau. Il est précisé qu'il s'agit de l'unité de longueur utilisée pour la suite de l'activité. Quelques autres bandes sont ensuite affichées, les élèves estiment alors leur mesure de la longueur. La validation se fait par des pliages et des reports avec une bande identique à la bande unité. Les mesures cherchées peuvent être $1/3$; $3/2$; $7/4$; etc.	• égale ou inégale • <1 ou $=1$ ou >1 • plus grand que / plus petit que (avec dénominateur ou numérateur égal) Brouillon, ardoises ou jeu de pouces (pouce en l'air, pouce en bas).

SEQUENCE II : fractions décimales et graduations

Construire une graduation en reportant $1/10$ de l'unité. Placer des fractions décimales sur cette graduation.

Objectifs disciplinaires spécifiques à la séquence.

- Comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation régulière en dixièmes et en centièmes.
- Établir et utiliser les relations entre unités et dixièmes, entre dixièmes et centièmes.
- Savoir situer des fractions sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales.

Développement de la séquence :

Phase 1 : Principe de la graduation.

1 séance de 25 minutes.

Phase 2 : Construction et utilisation de la graduation.

4 séances de 35 minutes.

Séances d'entraînement et de systématisation

Exercices de placement de différentes fractions décimales sur la bande numérique pour s'assurer d'une bonne prise d'assurance et de gain en vitesse.

Activités d'accompagnement : Ces activités prolongent la séquence, elles ont pour but de consolider les compétences acquises.

Petits rituels de 5'.

SEQUENCE II : *fractions décimales et graduations*

PHASE 1 *Principe de la graduation.*

1 séance de 25'

Matériel

Demi-droite tracée au tableau, les nombres 0, 1, 2 sont placés (l'unité est égale à 50 cm).

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 1. Combien de demis dans une unité ? Combien de quarts dans une unité ? Combien de huitièmes dans une unité ? Plus grand que 1 / plus petit que 1 Des fractions sont notées au tableau A réaliser sur brouillon en 2 ou 3 minutes.	M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. Solliciter les élèves et guider leur réflexion pour faire apparaître que la graduation se construit en reportant une unité de longueur et que le nombre n doit se placer en reportant n fois cette unité à partir du point 0.
20'	Consigne <i>Où faut-il placer les traits correspondant au nombre 3 et 4 ?</i> Phase collective Laisser la discussion s'engager. L'unité utilisée pour placer 1 et 2 est matérialisée en découpant une bande, puis les nombres 3 et 4 sont placés en reportant cette bande.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Aucune.	

PHASE 2 Construction et utilisation de la graduation.

4 séances de 35'

Matériel

Pour chaque binôme.

Un bande de 2 mètres sur 4 centimètres environ (rouleau de calculatrice) sur laquelle le zéro est déjà placé.

Une bande en bristol de 5 cm sur 1 cm.

Une bande en bristol de 5 cm sur 1 cm avec 10 subdivisions (pour séance 3).

Pour le maître.

Le même matériel aimanté au tableau.

La règle graduée est interdite, le compas autorisé.

Première séance

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 1. Combien de dixièmes dans 1 unité ? Combien de dixièmes dans un demi ? Combien de dixièmes dans 2 unités ? Égale ou inégale Quelques fractions au tableau, réalisation sur brouillon en quelques minutes. Consigne 1 <i>Vous allez devoir construire une graduation sur la grande bande en utilisant la petite bande. Je ne vous donne pas la longueur de l'unité mais vous informe que cette petite bande a pour longueur 1/10 de l'unité. Le nombre zéro est déjà placé, à vous de placer le nombre 1.</i>	M : Présenter / Faire reformuler / Relancer. Faire expliciter collectivement la signification de 1/10 de l'unité. E : Malgré cette mise au point collective, des élèves pourront tout de même confondre le dixième avec l'unité et ne reporteront qu'une fois la petite bande. Les autres la reporteront 10 fois. M : Le maître guide la discussion et la réflexion des élèves de manière à leur permettre de mettre en évidence que pour placer le nombre 1, il faut reporter 10 fois la petite bande car dans une unité il y a 10 dixièmes.
5'+5'	Travail à deux Après un temps de découverte et de manipulation du matériel puis de la mise au point du maître sur la signification de 1/10, les élèves réalisent la consigne.	
5'	Mise en commun Le nombre 1 est placé en reportant la petite bande sur la grande affichée au tableau. Ceux qui ont confondu le dixième et l'unité font de même sur leur bande.	

5'	Consigne 2 <i>Placez maintenant les nombres 2 et 3.</i>	E : Des élèves utiliseront la même méthode que précédemment (reporté le dixième – la petite bande). D'autres pourront reporter l'unité directement par pliage de leur grande bande.
5'	Mise en commun Elle doit permettre de vérifier qu'il n'y a plus de confusion entre le dixième et l'unité.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	La bande du maître est conservée, placée sur le mur.	

Deuxième séance		
Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 1. Combien de sixièmes dans une unité ? Combien de sixièmes dans un demi ? Combien de sixièmes dans trois unités ? Combien de dixièmes dans une unité ? Combien de dixièmes dans un demi ? Combien de dixièmes dans cinq demis ?	M : Présenter / Faire reformuler. E : Les nombres 0, 1, 2, 3 étant déjà placés, des élèves pourront limiter les reports (8/10 placé 2/10 devant 1 ; 25/10 placé 5/10 après 2). M : Faire expliciter des procédures. <u>Faire écrire sous forme d'égalités</u> les procédures proposées. On peut aboutir à : 8/10=8×1/10 8/10=1-2/10 25/10=2+5/10=3-5/10
3' à 5'	Consigne <i>Placez la fraction 8/10 sur votre graduation.</i>	
3' à 5'	Consigne <i>Placez la fraction 25/10 sur votre graduation</i>	
10'	Mise en commun Des enfants viennent placer les fractions sur la bande du tableau en expliquant leur procédure.	
Mémoire (trace écrite cahier / affichage classe)		
0'	Conserver toujours la bande et affichée face aux élèves.	

Troisième séance		
Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 1. Écris avec une fraction : <i>Deux centièmes</i> Combien de ... dans ... <i>Dixièmes dans une unité</i> <i>Centièmes dans une unité</i> Plus petit ou plus grand que 1 (jeu de pouce) 15/10, 8/10, 60/100, 125/100	M : Présenter / Faire reformuler. Laisser discuter et réagir librement / Recueillir les réactions. E : Ces types de réactions pourront être observées : - c'est impossible, la bande n'est pas assez longue, - plier le dixième en huit (2 puis 2 puis encore 2) et placer 136/100 six intervalles après 13/10, - plier le dixième en deux pour obtenir 5/10 et le placer entre 13/10 et 14/10, ce serait à peu près bon, - pour avoir 1/100 il faut partager l'unité en 100, c'est difficile - pour obtenir 1/100 il faut partager le dixième en 10. Dix dixièmes avec chacun 10 petites graduations cela fait bien 100 petites graduations dans l'unité. M : Le maître organise progressivement la réflexion pour permettre de préciser : - qu'il faut disposer d'un centième de l'unité, - que dans une unité il y a 100 centièmes (retour à la notion de dénominateur), - qu'on peut donc partager l'unité en 100 - et que le dixième peut se partager en 10 (car $10 \times 10 = 100$) - qu'il est difficile de partager le dixième par pliage, on peut le faire approximativement en traçant au crayon à papier. Faire écrire la base du raisonnement : $1 = 100/100$ $1/10 = 10/100$ M : Quand il est bien compris qu'il y a 10/100 dans 1/10, le maître remet alors la nouvelle bande en expliquant ses raisons (souci d'exactitude) et les élèves peuvent placer 136/100. Aide individualisée éventuelle. Faire expliciter les procédures / Faire écrire les relations. $136/100 = 1 + 36/100$ (136/100 c'est 36/100 après 1) $136/100 = 13/10 + 6/100 = 1 + 3/10 + 6/100$ ou $36/100 = 4/10 + 4/100$ Attention , ce passage aux centièmes sera sans doute difficile (le plus difficile de la progression). Il est important de veiller à ce que les enfants construisent bien eux-mêmes la notion et donc de bien organiser les interventions. Il faut éventuellement prévoir de différer la réalisation de la consigne 2 qui n'a d'intérêt que si la base du raisonnement est bien en place.
25'	Consigne 1 <i>Avec la bande 1/10, vous avez réussi à placer 1, 2, 3, 8/10 et 25/10. Maintenant, comment feriez-vous pour placer 136/100 ?</i> Articulation recherche en binôme et réflexion collective Les élèves discutent et mènent la recherche au sein de leur binôme mais cette recherche sera entrecoupée par des phases de retour au collectif où les binômes s'expriment librement, viennent au tableau tester leur procédure sur la bande collective. Les autres commentent, critiquent, valident. La réflexion s'organise progressivement dans l'articulation recherche/retour en commun. Ces phases de réflexions collectives durant la recherche facilite cette dernière, elles permettent à tous d'avancer et évitent que des binômes bloquent seuls inutilement durant le temps de la recherche. (Cette modalité de travail sera donc nettement préférable à une recherche initiale des binômes sans interactions suivie d'une synthèse finale avec chaque binôme à tour de rôle.)	
10'	Consigne 2 <i>Placer la fraction 136/100 sur votre graduation avec cette nouvelle bande 10/100.</i> Mise en commun Pour cette consigne la troisième bande est distribuée. (le dixième avec les graduations en centièmes). Un voir différents élèves vont au tableau pour expliciter différentes procédures. Les relations trouvées par les enfants sont écrites sur une affiche par le maître et eux-mêmes sur leur cahier.	

Mémoire

(trace écrite cahier / affichage classe)

5'	La bande est toujours affichée face aux élèves. Il s'y ajoute une nouvelle affiche avec les relations proposées. Les élèves les copient également sur le cahier d'exercices.
-----------	--

quatrième séance		
Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 1. Combien de centièmes dans un dixième? Combien de centièmes dans cinq dixièmes? Combien de centièmes dans une unité? Combien de centièmes dans trois unités? Combien de dixièmes dans trente centièmes? Combien de dixièmes dans cent centièmes? Consigne <i>Placez les fractions 205/100 ; 40/100 ; 182/100 sur votre graduation.</i>	<i>Le début de cette séance pourra être modifié s'il n'a pas été possible de mener à son terme la précédente séance. Le réinvestissement à chaud prévu (placer 136/100) se fera maintenant. Un rappel sera d'abord nécessaire sur les bases du raisonnement établi précédemment.</i> <i>Cette séance serait donc en deux temps :</i> - <i>rappel puis 10' consigne 2 séance précédente,</i> - <i>séance ci-contre.</i>
5'	Travail individuel Les enfants réinvestissent ici ce qui a été vu à la précédente séance.	M : Présenter / Faire reformuler. Solliciter / Faire expliciter. Faire analyser, critiquer.
10'	Mise en commun Elle a essentiellement pour but de solliciter les élèves encore hésitants. Les procédures sont formulées au tableau avec la bande maître.	M : Faire reformuler les relations de base entre unité, dixièmes et centièmes pour élaborer la trace écrite. Pour cela la maître colle sur un panneau des bandes représentant l'unité, le dixième et le centième en faisant s'exprimer les élèves sur les relations existant entre ces trois bandes.

Mémoire

(trace écrite cahier / affichage classe)

10'	Conserver la bande affichée face aux élèves et lui ajouter le panneau confectionné avec eux. Une trace écrite avec le même contenu que la bande est alors remise aux élèves, ils la collent dans le cahier de leçons.
------------	---

1

$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{100}$

Dans une unité il y a dix dixièmes $1 = \frac{10}{10}$

Dans une unité il y a cent centièmes $1 = \frac{100}{100}$

Dans un dixième il y a dix centièmes $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

SÉANCES D'ENTRAÎNEMENT ET DE SYSTÉMATISATION

Exercices de placement de différentes fractions décimales sur la bande numérique afin de s'assurer d'une bonne prise d'assurance et de gain en vitesse.

ACTIVITÉS D'ACCOMPAGNEMENT

Ces activités prolongent la séquence, elles ont pour but de consolider les compétences acquises.

Organisation

Ces activités n'excèdent jamais 5'. A l'équivalent du calcul mental, elles sont proposées sous forme de petits rituels démarrant une séance de mathématiques.

Selon la nature des activités, elles se font par jeux de rapidité, collectivement avec le cahier de brouillon, collectivement avec les ardoises, argumentation orale collective ou individuelle, manipulation, etc.

Similaires aux activités d'accompagnement de la séquence 1 (voir page 12) avec l'usage en plus des fractions décimales.

Activités supplémentaires.

Chercher l'intrus

$\frac{1}{2}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{3}{4}$
etc.

Fractions équivalentes

Le complément à un

Le nombre entier caché

SEQUENCE III : *fractions décimales et écritures à virgule*

*Placer des écritures à virgule sur la graduation construite
et utiliser différentes désignations pour un même nombre décimal.*

Objectifs disciplinaires spécifiques à la séquence.

- Établir le lien entre fractions décimales et écritures à virgule.
- Savoir situer des nombres décimaux sur une graduation, les décomposer en somme de la partie entière et de fractions décimales.
- Passer de l'écriture à virgule à des écritures à l'aide de fractions décimales et réciproquement.
- Connaître la signification des chiffres dans une écriture à virgule, l'utiliser pour lire les nombres décimaux.

Développement de la séquence :

Phase 1 : *Lien entre écritures à virgule et fractions décimales.*

1 séances de 40 minutes.

Phase 2 : *Différentes écritures et différentes lectures pour un même nombre.*

Plusieurs séances d'exercices d'entraînement et de systématisation pour passer d'une écriture à une autre et acquérir de l'assurance et de la vitesse.

Activités d'accompagnement : Ces activités prolongent la séquence, elles ont pour but de consolider les compétences acquises.

Petits rituels de 5' (calcul mental, jeux de portrait).

Exercices d'entraînement réalisés individuellement.

SEQUENCE III : fractions décimales et écritures à virgule

PHASE 1 Lien entre écritures à virgule et fractions décimales.

1 séances de 40'

Matériel

Pour chaque binôme.

Fiche individuelle sur la convention d'écriture et de lecture des nombres décimaux.

Pour le maître.

Même matériel reproduit agrandi au tableau.

Première séance

Déroulement		M : Rôle du maître et intentions pédagogiques. E : Productions élèves pouvant être attendues.
temps	Organisation et consignes	
5'	Pré-séance : activités d'accompagnement de la séquence 2. Le nombre entier caché Consigne 1 <i>En analysant ce document, essaie de trouver le principe établi par les mathématiciens pour écrire les fractions décimales en écriture à virgule.</i>	M : Cette séance a pour but d'introduire l'écriture des nombres décimaux. Comme il s'agit d'une convention, il n'est pas cherché ici à « faire construire » mais simplement à faire comprendre cette convention. Si le travail de manipulation sur les fractions décimales et de recherche de différentes écritures possible a été suffisamment mené, cette étape ne devrait pas poser de souci particulier. E : Les élèves comprennent que les mathématiques ont également une histoire. Ici le sens attribué aux fractions décimales et à leurs décompositions possibles reste identique mais une écriture usuelle plus rapide est proposée. Les propositions des élèves devraient être proches les unes des autres dans l'idée, la formulation pourra par contre être parfois plus difficile M : Le maître aide les élèves dans leur phase de recherche de formulation. En mise en commun, il guide la discussion et la réflexion afin d'établir la trace écrite. L'unité et les multiples de l'unité sont écrits à gauche de la virgule et les sous multiples de l'unité (les fractions d'unité) sont indiqués à droite de la virgule. Chaque position supplémentaire est un sous-multiple de 10 (1/10 puis 1/100, etc.). Il est rappelé aux élèves que le principe est donc similaire à ce qu'ils ont appris jusqu'alors concernant la partie entière où chaque nouvelle position y est un multiple de 10 (x10 puis x100, etc.)
5'+10'	Travail à deux Après un temps de lecture collective du premier paragraphe concernant l'historique mathématique de cette écriture, les binômes effectuent la consigne. Ils analysent les lignes A, B et C du document, s'exercent à partir des lignes D et E puis formulent une proposition d'explication.	
15'	Mise en commun Un échange collectif est proposé menant à la convention d'écriture qui sera remise en trace écrite.	
5'	Entraînement Les lignes F, G, H, I sont menées collectivement.	

Mémoire

(trace écrite cahier / affichage classe)

0,

Deux exemples pourront être conservés de la phase de mise en commun où il sera bien indiquée la correspondance entre l'écriture en fraction et la position des chiffres.
 $2,36 = 2 + 3/10 + 6/100$ c'est 2 unités et 3 dixièmes et 6 centièmes
 Dans une lecture courante on dit deux virgule trente-six
 Dans une lecture rigoureuse on dira 2 et 36 centièmes.
 On fera également référence à la notion qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures.
 Un nombre décimal à plusieurs écritures, par exemple :
 $257/10 = 25 + 7/10 = 25,7$

Les fractions décimales existent depuis l'antiquité mais il n'y a quelques siècles seulement que les mathématiciens ont décidé d'utiliser une autre écriture pour représenter les fractions décimales, une écriture plus rapide.

Au 16^{ème} siècle, en Angleterre, John Napier introduisit la *virgule* dans l'écriture des nombres *décimaux* dont la première utilisation en Europe est attribuée au Belge Simon Stevin en 1585. La place de l'unité fut marquée par cette virgule, les autres chiffres de la partie décimale étant situés par rapport à elle

**En analysant les lignes A, B, C de ce document, essaie de trouver le principe établi par les mathématiciens pour écrire les fractions décimales en écriture à virgule.
 Teste ton explication sur D et E.**

	fraction décimale	écriture à virgule	partie entière + partie décimale	lecture
A	$\frac{257}{10}$	25,7	$25 + \frac{7}{10}$	25 et 7 dixièmes
B	$\frac{236}{100}$	2,36	$2 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100}$	2 et 36 centièmes
C	$\frac{47}{100}$	0,47	$0 + \frac{47}{100}$	0 et 47 centièmes
D	$\frac{7}{10}$	0,7		
E	$\frac{415}{100}$	4,15		
F	$\frac{34}{10}$			3 et 4 dixièmes
G		6,07	$6 + \frac{7}{100}$	
H				70 et 3 dixièmes
I	$\frac{9}{100}$			

PHASE 2 Différentes écritures et différentes lectures pour un même nombre.

Plusieurs séances d'exercices d'entraînement et de systématisation pour passer d'une écriture à une autre et acquérir de l'assurance et de la vitesse. Au départ, l'entraînement reprend la forme du document de la première séance avec de nouvelles données. L'usage de la bande numérique est évidemment conservé. Les élèves y indiquent maintenant les deux écritures (fractionnaires et avec virgule). Cet usage sera systématique lors des premières séances d'entraînement puis en fonction des besoins.